



TITLE:

和算以前における分数・小数理解 (数学史の研究)

AUTHOR(S):

岡山, 茂彦; 田村, 三郎

CITATION:

岡山, 茂彦 ...[et al]. 和算以前における分数・小数理解 (数学史の研究).
数理解析研究所講究録 2003, 1317: 108-113

ISSUE DATE:

2003-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/43008>

RIGHT:

和算以前における分数・小数理解

近畿和算ゼミナール 岡山 茂彦・田村 三郎

Kinki Wasan Seminar Shigehiko Okayama, Saburo Tamura

古代の日本人たちは、一般的な分数を十分には理解していなかったというのが定説であるように思われる。たとえば、『明治前日本数学史』には、養老令から「三分之一、三分之二、四分之三、八分之一等といふ極めて簡単な分数」の引用に続いて、「江戸時代のはじめに分数が明代の算書によって移入されたにかかはらず、4、50年間のわが国の算書に、その姿を現はさなかったのである。」と見えている。また、大矢真一氏の『和算以前』には、奈良・平安時代の大学寮のテキストであった『九章算術』での分数計算法を説明した後、奈良時代の日本での分数使用について次のように述べている。「このように、抽象的な分数を取り扱った算書が大学において学習されていたにもかかわらず、奈良時代以前および奈良時代の記録に表れている分数は、すべて、具体的な端数を表わすものに限られている。」続いて沢田吾一氏の『日本数学史講話』からの次のような引用がある。

「分数及び比例 養老令の田令の中に「三分の一」という語がある。宮衛令に「三分の二」「四分の三」、雑令に「八分の一」といふ語がある。又間接的の分数、例えば「五分して二」「十分して七」「二十分して一を云々する」といふが如き言葉は令条中に多数現はれて居る。又当時の算道教科書中に分数の問題が沢山載って居るのは分数の実用があったからであろう。又実際に於ても例へば地積を記せる文書に於て、町段の次に百二十歩・二百四十歩の附添せるものが甚だ多い。是れは即ち小半・大半であつて、三分の一、三分の二に相当するものである。(之を略して単に「小」「大」の一字を以て之に代用することも少なくない。此等は鎌倉室町時代の文書にも存して居る。)又市街地を表示するに三十二分の一云々といふ事は普通の事であつた。此等も算数的智識の源因又は結果と見るべきものである。」

続いて古代における比例配分の例が取り上げられている。『律令』中の「学令」に「三分は博士に入り、二分は助教に入る」という文章があるが、助教は二人いるので全体を七分してその三分を博士に二分づつを助教に分けることを意味している。これは七分之三を求める分数計算とも考えられるが、そこでは七分之三という分数表現はされていないので、単なる割算と考えるべきである。つまり全体を三倍して七で割ることにより博士の取り分を計算するのである。したがって、このところは七分之三という分数を理解していたとは考えられない。このような比例配分の例は奈良・平安時代の古い資料の中に多く発見することができる。沢田吾一『奈良朝時代民政経済の数的研究』をよると、外一割という十一で割る計算も見出される。これも割算であつて、十一分之幾らという分数ではない。

奈良・平安時代さらに下って江戸初期に至るまで、このように簡単な具体的分数だけしか使用されていなかったのだろうか。この点を考察するのがこの論文の一つの目的である。もうひとつ小数についても調べてみたい。たとえば、先ほどの『和算以前』には『寧楽遺

文』の中からの引用として、「一分」「二分」「三分」「四分」「五分」などの使用例を挙げた後、「ここにある小数の単位は「分」だけで、それ以下の単位がない。これは室町時代まで同じことである。」と述べられている。この点についてもその誤りを訂正しておきたい。

(1) 平安初期の分数

『政事要略卷五十三』の「勘田租束積事」の項において、弘仁13年(822)に明法博士額田くにかのみやつこ国造今足が田租について書いた記事の中にかなり高度な分数使用例がある。この内容はよく知られていたもののようで、『古事類苑』にも出ているし、田租研究の論文、たとえば亀田隆之氏の『日本古代に於ける田租田積の研究』などにも引用されている。

「更置今田三百六十歩以昔田二百五十歩除。得一步二百五十分之百十。即通分内子得三百六十歩也。」

これは令前二百五十平方歩が一段であったものを、令以降三百六十平方歩を一段に改正したことによる換算率を計算したものである。(令前六高麗尺を一大歩としていたものを令内において五高麗尺を一小歩としたために生じたもので、確かに二百五十平方大歩は三百六十平方小歩に相当している。)上の文の前半は三百六十を二百五十で割ると一と二百五十分の百十と成ることを述べている。これは可也大きい帯分数である。後半の通分内子つうぶんうちは帯分数を過分数に直すためのテクニカルタームであって、帯分数一と二百五十分の百十を過分数に直して分子を三百六十としているのである。額田今足は、この通分内子という言葉は何から学んだのであろうか。大学寮での講義科目に『九章算術』や『周髀算経』などがあったので、これらの書物からであろう。

まず、『九章算術』を調べてみたが、通分内子という言葉そのものは見当たらなかったが、これと同じ内容を説明している個所を「大広田」の劉徽註に見つけることができた。

「分母各乗其全分子従之者、通全歩内分子、如此則母子皆為実矣」

この内容を川原秀城氏訳『劉徽註九章算術』でみると、「分母をそれぞれの整数部分に掛け、分子をその値に加える」とは、整数部分を通し分子に納れる事である。」とあって、誠によく理解できる。全とは整数のことであるし、内は納と同義である。このことから通分内子は通全歩内分子を略したものであることがわかる。

ところが、『趙爽註甄鸞重述周髀算経』を調べてみると、何箇所も通分内子という言葉を発見することができた。奈良時代『周髀算経』は大学寮でのテキストであったので、当時「趙爽註甄鸞重述周髀算経」が使用されていたのであろう。額田今足は間違いなくこの内容を理解し正しく使用して居るといえよう。

「勘田租束積事」の最後に

「置廿二束。以十五束除。得十四把不尽十。与法十五求等数得五。以五除得三。得不尽得二。然則一束所十四把三分把之二也。」

とある。この内容は令前一段が二百五十歩で田租が二束二把であったものが、令内一段三百六十歩で田租が一束五把になったので、令内の一束が令前の何把に相当するかを求めている。それには二十二小束を十五大束で割ると書いているが、把数を求めるのであるから、

二百二十把を十五で割らなくてはならない。すると商十四把が立ち、余り（不尽）として十が残ることが明確に述べられている。この余り十と法（除数）十五との等数（最大公約数）五を求め、法を五で割り三を得、不尽十を五で割って二を得て（つまり分母・分子を五で約分して）、結局、十四把三分把之二を求めている。過分数を帯分数に直すことおよび分母・分子の最大公約数（等数）で分数を約分することは、『九章算術』に出ており、額田今足はこれを正しく理解している。

（2） 平安時代後半における分数

平安時代後期に書かれたと考えられている「日本紀略」の天慶八年(945)の一月十五日の記事に「月蝕十五分之五分」、同年八月一日に「日蝕十五分之九」という分数が出ている。これらはともに約分していないのは、分母十五に拘っているからで純粋な分数とはいえない。すなわち蝕が十五分之五とは、一からこの分数を引いた残り十五分之十から十日の月という位の意味であろう。その証拠に「日本紀略」の同年八月十六日に「月蝕十五日之六」とある。蝕を十五分之云々と記載している例は平安時代後半の諸文献に数多く散見される。

源経頼(985—1039)の日記である「左経記」の長元元年(1028)の三月一日の記事に「日蝕十五分之八」とあるのに続いて「日在奎宿十四度八十七分一」とある。最後の八十七分一も分数かどうか怪しい。まず「之」がないことと、一度を百等分した八十七と十分之一という単位をつけない小数表現とも考えられるからである。

この時代の史料に複雑な分数表現を発見することができなかった。

（3） 南北朝時代の分数

正安二年(1300)生まれ天授一年(1375)没である中厳円月和尚が11歳の春から秋にかけて、道恵和尚に九章算法を学んだことは、『古事類苑』に出ているし、『明治前日本数学史』や『和算以前』にもその引用がある。それにも拘わらず、『古事類苑』に引用されている円月和尚の『中正子外篇之六治暦篇』については、これまで一度も数学史書に取り上げられることがなかったのは極めて不思議なことである。『和算以前』の中で大矢氏も述べておられるように、円月和尚が学んだ九章算法は中国の数学書『九章算術』ではなくて、単に数学を意味する名称であろう。しかし、正中二年(1325)から7年間元に渡っているのも、その間元において暦数を学んだかもしれない。以下の『治暦篇』の記事は中国の（仏教関係の）著書をもとにしたものかもしれないが、今のところその原本を発見できないでいる。（しかしながら、当時中国では授時暦が行われていて、日本での宣明暦とは異なっていたにも拘わらず、授時暦への言及すらないのは、中国の暦学を学ばなかったからに違いない。）

『治暦篇』は大きい字で書かれた本文と、小さい字で書かれた註釈文とからなっている。本文は間違いなく円月和尚の書いたものであろうから、14世紀のものである。しかし、註釈は本人のものであるか、または後世いつ付け加えられたものであるか不明であるので、ここでは取り上げないことにする。本分中に現れる分数は

「三百六十有五。而其畸四之一。」

「其程十有二。而其畸十九之七。」

「二十有九。而畸九百四十之四百九十九。是一月之策。謂之朔数。」

の三種類である。ここで畸は端数を表わす言葉である。第一のものは一年の長さ(一回帰年)であって問題はないし、使用される帯分数の分母も小さなものである。次の分数は 19 年の間に 7 回の閏月を設けるメトン周期をもとにしている。つまり 19 年間に月数は

$$12 \times 19 + 7 = 235 \text{ 回}$$

ある。したがってこれを 19 で割れば一年の平均月数十二月と十九分之七が得られる。これが二番目の分数であるが、この説明は本文中に次のように出ている。

「所以。十有二月而成期。十有九期而成章。章之閏七。其十二者。十九之而加之七。即成二百三十有五。」

最後の分数は一ヶ月(朔から次の朔まで)の平均の日数を求めたもので、一年の日数を平均月数で割ればよい。したがって第一の帯分数を第二の帯分数で割るとよい。つまり

$$365 \frac{1}{4} + 12 \frac{7}{19} = \frac{27759}{940} = 29 \frac{499}{940}$$

とすればよい。ところで、円月和尚がこのような繁分数計算を行えたかどうか疑問が残る。なぜなら、本文中のどこにも第一の帯分数を第二の帯分数で割ることを暗示するような文章がどこにもないからである。しかも正しい朔数が突然書かれているのであるから、内容を十分には理解しないで他書(漢書?)からそのままの引用したのではないか。ここで、小さい字で書かれた本文以外の註について触れておく。細字で

「十九分之七。故以十九為分母。以七為分子。更以十二日通分内子。而得二百三十五。

以曆法四分累之。則為九百四十。是為日法。」

と書かれている。これは第二の帯分数を通分内子して 235 を求め、それを 4 倍して 940 を得ているわけである。これだけでは第三の分数の分母のみについての説明であって、第三の帯分数を求める説明にはなっていない。しかも通分内子を「分内ノ子ヲ通ジテ」、『新校群書類従』では「内子ヲ通分シテ」と読んでいる。続いて細字で次のような註がある。

「一月二十九日。九百四十分之四百九十九。通分内子而得二万七千七百五十九。為一月之積日母数。以十二月累之為三十三万三千一百丹八。是為一年之積日母数。」

前半は最後の帯分数を求めているものではなくて、それが得られているものとして、それを通分内子して過分数を求めている。これは朔から次の朔までの平均日数であるから、これを 12 倍しても単に 12 ヶ月分の日数を求めたのに過ぎない。19 年間 7 回の閏月をどのように入れるかの考察の為のものかも知れないが、これだけでは何のために計算したのかよく解らない。更に後ろの部分は省いたが、全く意味のない計算をしているように思える。ところで空位の零を表記するのに丹の字を当てているのは珍しい。『新校群書類従』では丹ではなくて卅の字が入っているので、丹や卅は空位を表す語の誤写かもしれない。

(4) 平安時代の小数

再び『和算以前』の小数についての記述を読んでみよう。「中国で出版された数学史の

研究書を見ると、小数は暦作成の必要から起こったようである。」と書き出され、続いて「しかも、その萌芽の見えはじめたのは唐の時代である。これと同じ奈良朝時代に、日常生活上の要求から小数に類するものが生じていたということは、著しいことがらであって、わが国の小数がその後も日常生活と深いかかわりあいをもっているのとの関係があるかもしれない。もっとも中国で数学書に小数の現われてくるのは元の『算学啓蒙』からであって、そのときにはもう、ひじょうに小さい単位まで完備していた。」

日本の小数のこととは関係がないが、中国の数学書に小数が初めて現れるのは『算学啓蒙』であるという記述は了解しかねる。たとえば『孫子算経』には長さの単位として丈尺寸分厘毛糸忽が書かれているし、『九章算術』の劉徽註にも分厘毛秒忽の単位が使われている。さらにニーダムの『中国の科学と文明第4巻』によると、劉徽は「小数第5位(忽)より後は無名であるけれども、小数第何位までも数字で記録できるようにしうる、と述べている。」そうである。

日本での小数表記に戻ることにしよう。沢田吾一の『奈良朝時代民政経済の数的研究』や『日本数学史講話』などをみると、厳密な意味で小数表記とは言えないまでも、微細な数量を表現していたことがわかる。たとえば長さの単位では丈尺寸分までしか見つからなかったが、量の単位では石斗升合勺(夕)撮(才)までの使用例がある。奈良朝時代まではこのような状況であったが、平安以降になるともう少し細くなる。

大矢氏は『和算以前』において「小数の単位は「分」だけで、それ以下の単位はない。これは室町時代まで同じことである。」と述べられていた。ところが土田直鎮氏の論文『度量余話』に興味深い記事がある。驚くことに「我国の平安時代には、分・厘・毛ではなく、分・毛・厘が普通だったやうである。」と書かれていて、次のように続けられている。「中国では古来一貫して、分・厘・毛の順序を正統としている。それでは我国での用例はどうかといふと、奈良時代末までは、分の下、今日の厘に当る単位の名称を明記した例が無く、奈良時代に於ては、我国では厘とか毛といふ単位は、一般に通用していなかったやうに思はれる。」続いて「数量を表す単位として厘或は毛(毫)が見えている最も早い例は、私見では、『三代実録』の元慶五年、六年(881—882)の条に合計三つ見受けられるものである。これは皆、稲の数量を示した記事であるが、すべて「何束何把八分六毫」の如く、「何分何毫」と記されて居り、今日の我々から見れば、分の下厘に当るものが無い。此の三例とも、偶然「何分零厘何毛」の場合であったと仮定する事も不可能ではないが、それではいかにも不自然の感を免れぬ。」「果たして『延喜主税式』には、…一斤につき稲「三束九把六分五毫七厘」と、分・毛・厘の順序が現れている。この他、同様の例で管見に触れたものとしては、『類聚符宣抄』に一箇、『朝野群載』に一箇、そして『九条家本延喜式卷十裏文書』の、承暦二年出雲国正税返却帳に約四十箇がある。之に反して分・厘・毛と並んだ用例は一箇も発見することが出来ない。」

土田氏が指摘されているもの以外に『政事要略卷五十三』の延喜14年(914)の記事として、「九把九分九毛九厘」「三把七分六毛」と記された例を見つけることができた。これら

以外にも分・毛・厘の順序に並んだものを発見できるかも知れない。

参考文献

- (1) 『明治前日本数学史』(岩波書店、1954)
- (2) 大矢真一『和算以前』(中公新書、1980)
- (3) 沢田吾一『日本数学史』(刀江書院、1928)
- (4) 『律令』(「日本思想大系」)
- (5) 沢田吾一『奈良時代民政経済の数的研究』(富山房、1927)
- (6) 惟宗允亮『政事要略』
- (7) 『古事類苑』
- (8) 亀田隆之『日本古代の於ける田租田積の研究』(「古代学」4—2)
- (9) 川原秀城訳『劉徽註九章算術』(朝日出版社、1980)
- (10) 『周髀算經』
- (11) 『日本紀略』(平安時代後期成立)
- (12) 源經頼『左経記』(1016—1036)
- (13) 中巖円月『中正子』
- (14) 朱世傑『算学啓蒙』(1299)
- (15) ニーダム『中国の科学と文明』(思索社、1991)
- (16) 土田直鎮『度量余話』(『奈良平安時代史研究』吉川弘文館、1992)